NATURAL SCIENCES IN ISLAM

Volume
33

OPTICS

TEXTS AND STUDIES

II

Collected and reprinted
by
Fuat Sezgin

in collaboration with
Carl Ehrig-Eggert, Eckhard Neubauer,
Farid Benfeghoul

2001

Institute for the History of Arabic-Islamic Science
at the Johann Wolfgang Goethe University
Frankfurt am Main

TABLE OF CONTENTS

Delambre, Jean-Baptiste Joseph: *De l'Optique de Ptolémée, comparée à celle qui porte le nom d'Euclide et à celles d'Alhazen et de Vitellon.*
Histoire de l'Astronomie ancienne. II. Paris 1817. pp. 411-432. 1

Schnaase, Leopold: *Alhazen. Ein Beitrag zur Geschichte der Physik.*
Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig N.F. 7. Heft 3. 1890. pp. 140-164; 1 pl. 26

Baarmann, Johann: *Abhandlung über das Licht von Ibn al-Haiṭam.*
Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft (Leipzig) 36. 1882. pp. 195-237. 53

Wiedemann, Eilhard: *Bemerkung zu dem Aufsatz von Hrn. Dr. J. Baarmann: Abhandlung über das Licht von Ibn al Haiṭam.*
Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft (Leipzig) 38. 1884. pp. 145-148. 97

Wiedemann, Eilhard: *Über "Die Darlegung der Abhandlung über das Licht" von Ibn al Haiṭam.*
Annalen der Physik und Chemie (Leipzig) N.F. 20. 1883. pp. 337-345. 101

Wiedemann, Eilhard: *Über den Apparat zur Untersuchung und Brechung des Lichtes von Ibn al Haiṭam.*
Annalen der Physik und Chemie (Leipzig) N.F. 21. 1884. pp. 541-44. 111

Wiedemann, Eilhard: *Zur Geschichte der Brennspiegel.*
Annalen der Physik und Chemie (Leipzig) N.F. 39. 1890. pp. 110-130. 116

Wiedemann, Eilhard: *Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. XIII. Über eine Schrift von* Ibn al Haiṭam *"Über die Beschaffenheit der Schatten".*
Sitzungsberichte der Physikalisch-medizinischen Sozietät in Erlangen 39. 1907 (1908). pp. 226-248. 138

Wiedemann, Eilhard: *Über die erste Erwähnung der Dunkelkammer durch Ibn al Haitam.*
Jahrbuch der Photographie und Reproduktionstechnik (Halle) 24. 1910. pp. 12-13. 162

Wiedemann, Eilhard: *Zu Ibn al Haitams Optik.*
Archiv für die Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik (Leipzig) 3. 1911-12. pp. 1-53. 165

Wiedemann, Eilhard: *Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. XXXVIII. Theorie des Regenbogens von Ibn al Haitam.*
Sitzungsberichte der Physikalisch-medizinischen Sozietät in Erlangen 46. 1914 (1915). pp. 39-56. 219

Wiedemann, Eilhard: *Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. XXXIX. Über die Camera obscura bei* Ibn al Haitam.
Sitzungsberichte der Physikalisch-medizinischen Sozietät in Erlangen 46. 1914 (1915). pp. 155-169. 237

Würschmidt, Joseph: *Zur Theorie der Camera obscura bei* Ibn al Haitam.
Sitzungsberichte der Physikalisch-medizinischen Sozietät in Erlangen 46. 1914 (1915). pp. 151-154.. 253

Würschmidt, Joseph: *Die Theorie des Regenbogens und des Halo bei Ibn al Haitam und bei Dietrich von Freiberg.*
Meteorologische Zeitschrift (Braunschweig) 31. 1914. pp. 484-487. 258

Bauer, Hans: *Die Psychologie Alhazens. Auf Grund von Alhazens Optik dargestellt.* Münster 1911. VIII, 73 pp. (Beiträge zur Geschichte der Philosophie des Mittelalters. Texte und Untersuchungen. Band X. Heft 5.) 262

Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften. XXXIX.

Von Eilhard Wiedemann.

Über die Camera obscura bei *Ibn al Haitam*.

In seiner Abhandlung über die Gestalt der Finsternis behandelt *Ibn al Haitam* eingehend deren Abbildung in der Camera obscura. Da er die Untersuchung in höchst sinnreicher Weise durchführt, so glaubte ich, nachdem ich früher einige kurze Angaben über den Inhalt der Schrift veröffentlicht hatte, eine hier und da gekürzte Übersetzung der ganzen Schrift mitteilen zu dürfen. Herr Dr. Würschmidt hat sich der Mühe unterzogen, in der vorangehenden Abhandlung den Inhalt systematisch zu gliedern und so das Verständnis des Ganzen zu erleichtern. Dies ist bei der breiten und umständlichen Darstellung, die leider allen Schriften von *Ibn al Haitam* eigen ist, sehr wesentlich. Herr Dr. Würschmidt hat auch eine Korrektur der Arbeit gelesen und die Leistungen entsprechend den Angaben des Verfassers genauer gezeichnet, als dies in der Handschrift selbst der Fall ist.

Mir standen drei Texte zur Verfügung; zwei aus dem India Office in London (Katalog von Loth 734, 13 und 767, 2), die die Abhandlung vollständig geben, und einer in der großen schon oft benutzten Handschrift (Leiden 1011). Letzter Text ist etwas gekürzt. Der beste Text ist der zuerst erwähnte[1]).

Die Übersetzung der Schrift von *Ibn al Haitam* lautet:

[1]) Die Literatur über die Geschichte der Camera obscura ist ausführlich in der Erlanger Inauguraldissertation (1910) von O. Werner über die Physik von L. da Vinci enthalten, ferner in einer demnächst in der Zeitschr. für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht erscheinenden Untersuchung von Herrn Dr. Würschmidt mit dem Titel: Zur Geschichte, Theorie und Praxis der Camera obscura. Ich selbst habe Einiges veröffentlicht in Eders Jahrbuch 1910 und in Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft. Bd. 12, S. 177. 1910.

Abhandlung von *al Ḥasan Ibn al Ḥasan Ibn al Haitam* über die Gestalt der Finsternis (*Kusûf*).

1. Tritt das Licht der Sonne S zur Zeit ihrer Verfinsterung aus einem engen runden Loch L aus und gelangt zu einer dem Loch gegenüberliegenden parallelen ebenen Wand W, so hat das Bild Sichelgestalt (*Hilâl*), nur darf die Finsternis nicht eine totale sein. Eine ähnliche Erscheinung beobachtet man nicht am Mond, weder zur Zeit der Finsternis, noch am Anfang oder Ende des Monates, wenn er sichelförmig ist, trotzdem seine Gestalt der der Sonne im obigen Fall entspricht. Er erscheint stets rund, auch, wenn die Bedingungen, unter denen die Beobachtung angestellt wird, in beiden Fällen genau gleich sind. Die sichelförmige Gestalt des Sonnenbildes wird aber nur bei einem sehr kleinen Loch beobachtet. Wird das Loch weiter, so ändert sich das Bild, bis bei sehr weitem Loch das sichelförmige Bild verschwunden ist und an seine Stelle ein kreisförmiges tritt, das dann bleibt. Bei einem weiten Loch hat das Bild stets die Gestalt des Loches, bei einem runden ist es rund, bei einem viereckigen viereckig u. s. w., vorausgesetzt, daß die Wand parallel zum Loch steht.

Im folgenden soll untersucht werden, warum man die obige Erscheinung nur bei der Sonne und nicht beim Monde und bei ersterer nur bei engen und nicht bei weiten Löchern sieht.

2. Von jedem Punkt H eines leuchtenden Körpers geht Licht auf allen Geraden, die von diesem Punkt ausgehen, aus. Dies habe ich experimentell allgemein in dem ersten Buch meiner Optik gezeigt. Zu einem Loch L in einem dichten Körper geht von H das Licht als ein Kegel, dessen Spitze H und dessen Basis L ist. Geht das Licht durch L zu einer L parallelen ebenen Wand W, so erscheint auf W Licht von der Gestalt von L, da der Schnitt jeder der Basis eines Kegels parallelen Ebene ein der Basis ähnliches Bild liefert, wie in dem ersten Buch über die Kegel bewiesen wird.

Bei der Sonne geht von jedem Punkt ein Lichtkegel aus, der auf W Licht von der Gestalt des Loches hervorruft. Ist das Loch rund, so entstehen runde Bilder, die regelmäßig aneinander gereiht sind (*mutarâṣṣ*) und ineinander greifen (*mutadâchil*), ohne voneinander getrennt zu sein. All die einzelnen Lichter umgibt ein zusammenhängender Schatten, nämlich derjenige des das Loch begrenzenden dichten Körpers.

3. Wir betrachten jetzt die Gestalt und Größe des das Licht umgebenden Schattens.

Zu jedem Punkt P des Loches geht zur Zeit der Sonnenfinsternis ein Lichtkegel I, mit der hellen Sichel Σ als Basis und P als Spitze, auf der anderen Seite von L pflanzt sich der Kegel fort und schneidet die Wand. Diese ist parallel zu L und L selbst ist parallel zu der Ebene des Kreises, in welcher der Kegel I den Sonnenumfang berührt[1]) oder

[1]) Es liegt ja der konkave Rand der Sichel nicht auf dem Rand der Sonne, sondern weiter uns zu.

weicht doch unmerklich wenig davon ab[1]). Die Ebene dieses Kreises schneidet die bedeckte Fläche der Sonne, also auch die konkave Begrenzung des dunklen Sonnenteiles, d. h. die dem Loch parallele Fläche ist parallel der Fläche der hellen Sichel, d. h. der von zwei Bögen begrenzten Fläche.

Das Licht auf W muß also nach dem Beweis in dem ersten Buch über die Kegel Sichelgestalt haben. Für jeden Punkt von L entsteht also eine leuchtende Sichel.

Das Licht auf W ist also aus einzelnen leuchtenden sich durchdringenden Sicheln, aber auch aus entsprechenden Kreisen zusammengesetzt. Der Umfang ist zusammengesetzt aus Teilen der Umfänge solcher Kreise oder Teilen der Bögen, die die Sicheln begrenzen.

Der von der ganzen Sichel ausgehende Kegel ist von zwei Kegelflächen, einer konvexen und einer konkaven begrenzt. Die konvexe berührt die Sonnenkugel, ihre Basis ist ein Bogen eines Kreises der Kugel, sein Mittelpunkt liegt ein wenig von dem Sonnenmittelpunkt zu uns zu[1]). Die konkave Fläche berührt die Mondkugel in einem Kreisbogen, dann schreitet sie bis zur Sonne fort und schneidet sie in einem Kreis, der gleich dem entsprechenden Kreis des konvexen Kegels ist. Nach den Mathematikern ist der die Sonnenkugel begrenzende Kegel gleich dem die Mondkugel begrenzenden[2]). Die Sichel ist also von zwei Bögen von zwei gleichen Kreisen begrenzt. — Die Achse der konvexen Fläche geht durch den Sonnen-, die der konkaven durch den Mondmittelpunkt. Die konkave und konvexe Fläche erzeugen auf W konkave und konvexe Bögen, deren Mittelpunkte den Schnittpunkten der entsprechenden Achsen entsprechen. Dabei liegt der Buckel (*Ḥadaba*) der Sichel auf W auf der entgegengesetzten Seite wie derjenige der leuchtenden Sichel und ebenso ist es mit der Hohlung (*Taqîr*).

Verbinden wir die beiden Enden der Sichel auf W durch eine Gerade, halbieren wir diese und errichten im Mittelpunkt ein Lot, so geht dieses durch die Mittelpunkte der beiden Bögen der Sichel. Wir legen nun durch dieses Lot und die beiden Kegelachsen eine Ebene, die durch das Loch geht, dann schneidet sie das Loch in einer zum Lot paralellen Ebene und die leuchtende Sichel auf der Sonne und geht durch die Mittelpunkte der sie begrenzenden Bögen.

[Nun wird das Problem an einer Figur behandelt.]

Die Bögen abg und adg begrenzen die leuchtende Sichel Σ, gezogen wird die Gerade ag. Die Mittelpunkte von abg und adg sind s und σ, das kreisförmige Loch (L) ist hze, sein Mittelpunkt ist ϑ. Der durch ϑ gehende Strahlenkegel erzeugt auf der Wand (W) die durch klm und knm begrenzte Sichel Σ_2. Man zieht km, ihr Mittelpunkt ist

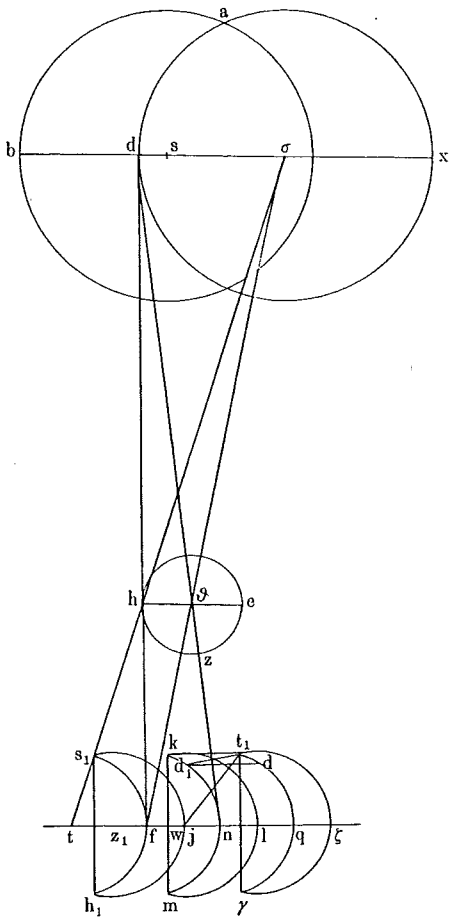
---

[1]) Der Tangentialkreis des Kegels liegt etwas näher bei uns als der Sonnenmittelpunkt.

[2]) Die scheinbaren Größen sind gleich.

w. In w errichtet man das Loch $twnl$. Auf wt liegt der Mittelpunkt von $knm : f$ und der von $klm : j$. — f und j sind die Enden der Achsen der von abg und adg ausgehenden Kegelflächen, die ϑ als Spitze haben. Die Ebene durch wt und die Achse schneidet das Loch im Durchmesser $h\vartheta e$, sie schneidet die Ebene von abg und adg und geht durch ihre Mittelpunkte. Die beiden Ebenen schneiden sich in σsdb. Man zieht $\sigma\vartheta$, das die Wand in f, dem Mittelpunkt von knm, schneidet. Wir ziehen σh, es schneidet wt in t.

Fig. 1.



4. [Nun wird zunächst eine besondere Annahme gemacht, wir führen Buchstaben ein, der Lochradius sei r_L, der Sonnenradius r_S (er ist gleich oder nahe gleich $d\sigma$), der Abstand zwischen Loch und Wand a_L und Sonne und Wand a_S, $r\ (knm)$ ist der Radius des Bogens knm].

Ist

$$r_L : r_S = a_L : a_S$$

so ist $tf = r\ (knm) = fn$.

Wir ziehen $t\vartheta$, das verlängert $bd\sigma$ in x rechts von σ treffe, dann ist

$$th : t\sigma = h\vartheta : \sigma x.$$

σx ist [unter der obigen Annahme] gleich σd.

Das Verhältnis $ft : \sigma d$ ist zusammengesetzt aus $ft : \vartheta h = t\sigma : \sigma h$ und aus $\vartheta h : \sigma d\ (\sigma x) = ht : t\sigma$, es ist daher

$$ft : \sigma d = ht : h\sigma = f\vartheta : \vartheta\sigma.$$

Wir ziehen $d\vartheta$, das tl in n schneidet, es ist

$$fn : \sigma d = f\vartheta : \vartheta\sigma,$$

nun war $ft : \sigma d = f\vartheta : \vartheta\sigma$,
also ist $ft = fn$.

[D. h. unter der obigen Voraussetzung ist der Abstand a_m zwischen den beiden Mittelpunkten f und n der Bögen gleich dem Radius des Bogens r_B (knm), der gleich ft ist.]

Aus diesem Beweis folgt, daß wenn $r_L : r_S < a_L : a_S$, so ist $ft = a_m < r_B$. Ist $r_L : r_S > a_L : a_S$, so ist $a_m > r_B$[1]).

Entfernt man daher den Schirm von dem Loch oder das Loch von der Wand, so wird $a_m < r_B$; nähert man den Schirm dem Loch oder das Loch dem Schirm, so wird $a_m > r_B$.

Entfernt sich das Loch von der Wand, so liegt der Mittelpunkt des konvexen Bogens im Innern des konkaven [nämlich derselben Sichel], nähert sich das Loch, so liegt der Mittelpunkt des konvexen Bogens im Innern der [vorhergehenden] Sichel und auf der Mittellinie der Sicheln.

5. Denken wir uns einen Kegel mit einer Sichel Σ als Basis, die die Bögen abg und adg begrenzen. Die Spitze ist h, deren Kegel begrenzt eine konvexe Fläche, deren Basis abg und eine konkave, deren Basis adg ist. Die Achse der konkaven Fläche ist die Linie σh, die an dem Punkt t endigt. Ziehen wir dh, so liegt dieses in der hohlen Fläche und in der Ebene, in der σt, σd und wt liegen.

Denken wir uns diesen Kegel mit der Basis abg und der Spitze h über h hin verlängert, so trifft er auf W und wir sehen dort eine Sichel Σ_1, die von einem konvexen und einem konkaven Bogen begrenzt ist. Der Mittelpunkt des konkaven liegt bei t. Die Linie dh gelangt zu einem Punkt y des konkaven Bogens, der gemeinsame Schnittpunkt zwischen der Kegelfläche und der Linie ft ist.

Es ist das Verhältnis $yt : d\sigma = th : h\sigma = ft : d\sigma$.

Die Linie dh endigt daher bei f, und der hohle Bogen geht durch f. Der konvexe Bogen stammt von Kreisen mit gleichem Radius wie der konkave. Daher ist sein halber Radius ft. Der hohle Bogen sei sfh_1.

Es ist $ft = fn$ und $lj = nf$, denn die die Sicheln $klmn$ und s_1jk_1f begrenzenden Kreise sind gleich, da ihr Abstand vom Loch derselbe ist. Die Bögen jeder einzelnen Sichel stammen von gleichen Kreisen, daher geht der konvexe Bogen s_1jh_1 durch j.

Wir ziehen s_1h_1, dann ist

$$s_1h_1 : ag = fh : hd^2) = f\vartheta : \vartheta\sigma = ft : \sigma d,$$

ebenso ist $km : ag =$ dem Verhältnis der Entfernungen, dann verbinden wir a und g mit ϑ und verlängern sie geradlinig, bis sie nach k und m gelangen. Die Linie s_1h_1 ist $= km$ und parallel zu ihr, da jede von ihnen parallel zu ag ist.

Wir denken uns einen Kegel, dessen Basis Σ ist und dessen Spitze der Punkt e ist, wir verlängern ihn über e hinaus, auf der Fläche erzeugt er eine Sichel Σ_3, die gleich der ersten ist, denn W steht von dem Loch ebensoweit ab, wie die beiden ersten Sicheln, wenigstens besteht kein

[1]) Ein eingehender Beweis hierfür wird merkwürdigerweise nicht gegeben.

[2]) D. h. gleich dem Verhältnis der Entfernungen.

merklicher Unterschied. Der Abstand von Σ_3 von Σ_2 ist gleich dem von Σ_1 von Σ_2. Darum $e\vartheta : h\vartheta$.

Σ_3 sei durch die beiden Bögen $t_1\zeta\gamma$ und $t_1 q\gamma$ begrenzt, dann ist der Abstand von $t_1\zeta\gamma$ von klm gleich dem Abstand von klm von $s_1 j h_1$ und der Abstand von $t_1 q\gamma$ von knm gleich dem Abstand von knm von $s_1 f h_1$, jeder dieser Abstände ist gleich ft, das gleich dem Radius jeder dieser Bögen ist. Das wird bewiesen, wie es bewiesen wird für den Abstand von Σ_1 und Σ_2.

Wir ziehen tl, bis es diese beiden Bögen in q und ζ schneidet, wir verbinden t_1 und γ, dann ist $t_1\gamma = km = s_1 h_1$, wie das für $km = s_1 h_1$ bewiesen wurde.

Ziehen wir von einem Punkte des Bogens adg eine Linie nach dem Punkt ϑ, so endigt sie an einem Punkt des Bogens knm. Dieser Punkt des Bogens knm ist der Mittelpunkt desjenigen Kreises, der die Basis eines Kegels bildet, dessen Spitze dieser Punkt von adg ist und seine Basis der Umfang des Loches, zu dem das Licht von diesem Punkt von abg ausgeht.

Geht von irgendeinem Punkte P_1 von abg eine Linie zu dem Punkt ϑ, so endigt sie an einem Punkt von klm und dieser Punkt ist der Mittelpunkt des Kreises, der die Basis des Kegels bildet, dessen Spitze dieser Punkt P_1 ist und dessen Basis der Umfang des Loches ist.

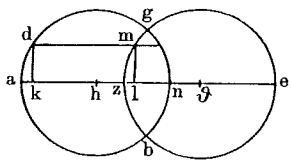
Jeder Punkt von knm ist der Mittelpunkt eines leuchtenden Kreises, dessen Umfang reicht bis zu $s_1 f h_1$ und $t_1 q\gamma$ und jeder Punkt von klm ist der Mittelpunkt eines leuchtenden Kreises, dessen Umfang reicht bis $s_1 jm$ und $t_1\zeta\gamma$.

Nachdem dies bewiesen ist, behaupten wir:

Das Licht, das von der leuchtenden Sichel ausgeht, die dem Rest der Sonne nach der Verfinsterung entspricht, liefert, wenn es aus einem kreisförmigen Loch in einem dichten Körper austritt und an einer dem Loch gegenüberliegenden ihm parallelen Wand endigt, eine sichelförmige Figur, vorausgesetzt, daß das Verhältnis des Lochdurchmessers zum Sonnendurchmesser gleich ist dem Verhältnis des Abstandes des Loches von der Wand zu dem Abstand der Wand von der Sonne.

Wir schicken eine Vorbemerkung voraus, nämlich: Zieht man zwischen zwei gleichen Kreisen eine Linie parallel zu der Verbindungslinie der Mittelpunkte, so ist sie gleich der Verbindungslinie von deren Mittelpunkten.

Fig. 2.



Die Kreise seien abg und beg (Fig. 2). Die Mittelpunkte sind h und ϑ. Wir verlängern $h\vartheta$ bis a und n.

Auf beg nehmen wir einen beliebigen Punkt m und ziehen $md \parallel a\vartheta$. Diese Linie schneidet abg in d. Von m und d fällen wir Lote ml und dk auf ae. Diese sind untereinander gleich und da die Kreise gleich sind,

sind die Bögen da und mz gleich. Da die Bögen von ak und zl gleich sind, so sind auch ihre Pfeile (Sinus versus) ak und zl gleich. kz ist nun gemeinsam, dann ist $kl = az$ und jedes gleich dm. Also ist $az = dm$; ferner ist $ah = z\vartheta$, zh ist aber gemeinsam, daher ist $az = h\vartheta$ und $az = dm = \vartheta h$, d. h. dem Abstand der Mittelpunkte.

Wir benutzen wieder die vorige Figur.

Es ist bewiesen, daß $s_1h_1 = km = t_1\gamma$ und daß $t\zeta \perp km$, dann ist es auch $\perp$ zu s_1h_1 und $t_1\gamma$; $t\zeta$ geht durch die Mittelpunkte aller Bögen und halbiert s_1h_1 und $t_1\gamma$ und zwar s_1h_1 im Punkte z_1. Wir ziehen ks_1, dieses ist parallel zu wz_1, da kw gleich und parallel zu s_1z_1 ist, daher ist $ks_1 \parallel$ und $= nf$, denn $ks_1 = ft$, dem Abstand der beiden Mittelpunkte; $ft = fn$, daher ist $ks_1 = fn$. Ziehen wir von irgendeinem Punkt auf dem Bogen knm eine Linie zu dem Bogen s_1fh_1 parallel zu fn, so ist diese Linie $= fn$; ebenso ist es bei den Bögen klm, s_1h_1j und den Bögen $t_1q\gamma$ und knm, und $\zeta t_1\gamma$ und klm, d. h. jede Linie, die man zwischen zwei von diesen Bögen zieht, die parallel zu der durch deren Mittelpunkte sie halbierenden Linie geht, ist gleich der Linie zwischen den Mittelpunkten der Bögen und gleich der Linie zwischen den Mittelpunkten.

Wir ziehen kt_1 und beweisen wie für ks_1, daß $kt_1 = fn$ und parallel zu ihr ist, kt_1 ist gleich ks_1 und schließt sich geradlinig an sie an, da sie von demselben Punkte k ausgehen und der gleichen Linie $t\zeta$ parallel sind, daher ist s_1kt_1 eine stetige Gerade, die durch k halbiert wird.

Ebenso entsteht, wenn wir mh_1 und $m\gamma$ verbinden, eine stetige gerade Linie, die in m halbiert wird.

Wir machen nun k zum Mittelpunkt eines Kreises und schlagen mit ks_1 einen Kreis, dieser geht durch t_1; ebenso schlagen wir um m mit mh_1 einen Kreis; er geht durch γ.

Der Kreis s_1t_1 schneidet den Kreis $t_1\zeta_1\gamma$, denn der Kreis s_1t_1 berührt die Linie $t_1\gamma$, da $kt_1 \perp$ zu $t_1\gamma$ ist, und $t_1\gamma$ schneidet den Kreis $t_1\zeta\gamma$, daher schneidet der Kreis s_1t_1 den Kreis $t_1\zeta\gamma$. Bei t_1 entsteht zwischen den beiden Kreisen ein gewisser Winkel. Ebenso schneidet der Kreis $h_1\gamma$ den Kreis $t_1\zeta\gamma$. Bei γ entsteht ein gewisser Winkel.

Wir ziehen jt_1, es schneidet den Bogen kl, denn j ist der Mittelpunkt des Bogens mlk, in dem Punkt a. Auf ak geben wir einen Punkt nahe an k, nämlich d, die Linie d_1t_1 ist kürzer als die Linie kt_1, da sie näher an t_1a liegt. Wir ziehen d_1d parallel zu kt_1, diese ist gleich kt_1, daher ist $d_1d > d_1t_1$.

Ziehen wir um d_1 einen Kreis mit d_1d, so liegt der Umfang außerhalb von t_1; der Kreis, dessen Mittelpunkt d_1 ist, und dessen Radius d_1d ist, umgibt den Winkel bei t_1, und das Licht, das sich in diesem Kreis befindet, erleuchtet den Winkel bei dem Punkt t_1. So ist es mit jedem Punkt des Bogens klm, der nahe an k liegt, denn der Umfang des Kreises, der um diesen Punkt als Mittelpunkt beschrieben wird, liegt außerhalb des Punktes t_1; daher beleuchtet er den Winkel t_1. Die leuchtenden Kreise, deren Mittelpunkte auf dem Bogen klm liegen, reihen sich aneinander,

alle sind gleich, und ein jeder reicht mit seinem Radius zu dem Bogen $t\zeta\gamma$. Auf der anderen Seite reichen sie bis zum Bogen s_1jh_1.

Der Umfang eines jeden dieser Kreise schneidet den Bogen $t_1\zeta\gamma$, und ein Teil des Umfangs in der Nähe von t_1 liegt außerhalb des Bogens und ein Teil liegt innerhalb des Bogens $t_1\zeta\gamma$.

Errichtet man von einem Punkte des Bogens $t_1\zeta\gamma$ ein Lot auf der Linie ζl, so steht dieses senkrecht auf dem Durchmesser eines Kreises, der um einem Punkt auf klm [mit dem Radius kt_1] beschrieben ist, und dieser Kreis berührt das Lot; das Lot, wenn es nach der Seite von t_1 verlängert wird, fällt außerhalb des Bogens $t_1\zeta\gamma$. Die Teile des Kreises, die der Linie ζl benachbart sind, liegen daher im Innern von $t_1\zeta\gamma$, die t_1 benachbarten außerhalb. Liegt der Punkt auf klm in l, so fällt der beschriebene Kreis mit $t_1\zeta\gamma$ zusammen.

Dasselbe wie für den Bogen kl und $t_1\zeta$ gilt auch für lm und $\zeta\gamma$, dadurch wird der Winkel bei γ erleuchtet.

Diese erleuchtenden Kreise reihen sich stetig ohne Unterbrechung aneinander.

Daraus folgt, daß das Licht kreisförmig ist, von t_1 bis ζ und ebenso bis γ und bis h_1.

Die Umfänge aller dieser Kreise reichen bis s_1jh_1, denn die parallelen Geraden, die die Radien dieser Kreise bilden, reichen bis zu s_1jh_1, wie z. B. ks_1. Die Lichter gehen stetig vom Bogen $t_1\zeta\gamma$ zum Bogen s_1jh_1.

Daher ist der Umfang des Lichtes auf der Wand kreisförmig konvex.

6. Wir wollen dies noch in anderer Weise beweisen.

Von der leuchtenden Sichel Σ geht zu einem Punkt P des Umfanges des Loches ein Kegel (K_1), dessen Basis Σ und dessen Spitze P ist. Jeder Kegel K_1 erstreckt sich über P zu der Wand und es entsteht so ein K_1 gegenüberliegender Kegel K_2, dessen Basis auf der Wand liegt. Dessen Gestalt ist ähnlich der von Σ.

Alle die einzelnen Kegel reihen sich aneinander und greifen ineinander. Das Licht, das auf dem konvexen Umfang erscheint, geht von abg aus; es entspricht einem Kegel, dessen Achse durch s, dem Mittelpunkt von abg geht, sie trifft die Wand in dem Mittelpunkt der dort befindlichen Sichel.

Die einzelnen sich aneinanderreihenden Kegel, deren Spitzen auf dem Umfang des Loches liegen, entsprechen also einem Kegel, dessen Basis die leuchtende Sichel ist, und deren Spitze sich auf dem Umfang des Loches bewegt, bis sie zu ihrer Anfangsstelle zurückkehrt. Bewegt sich die Spitze auf dem Umfang des Loches, so bewegt sich die Achse auf dem Umfang des Loches, und das Ende der Achse bewegt sich auf einem Kreisumfang, der parallel dem des Loches ist, falls eben das Loch kreisförmig ist. Der ganze leuchtende Kegel unter dem Loch bewegt sich mit der Achse. Die Sichel auf der Wand bewegt sich um den Kreis, auf dem sich das Ende der Achse bewegt. Dabei ändert sich der Abstand des Achsenendes von der konvexen Stelle der leuchtenden Sichel nicht.

Denn die Sicheln, die auf der Wand entstehen, sind untereinander gleich, da die Abstände dieser Sicheln von dem Lochumfang gleich sind, und die Abstände der einzelnen Stellen des Lochumfanges von der Sonne gleich sind; daher ist der konvexe Teil der Sichel auf der Wand ein Kreis, der dem Kreis parallel ist, den das Ende der Achse beschreibt. Dieser Kreis bildet die Begrenzung des Lichtes auf der Wand, aber nur die konvexe, nicht aber die konkave. Diesen Kreis beschreibt aber nicht nur eine der Geraden, die sich auf dem leuchtenden Kegel befinden. Bewegt sich nämlich die Spitze des leuchtenden Kegels auf dem Umfang des Loches, so bewegt sich jede Linie auf dem leuchtenden Kegel auf dem Umfang des Loches und jede Linie auf der konvexen Seite des Kegels endigt zuerst an der konvexen Seite der Sichel auf der Wand. Jede solche Linie beschreibt mit ihrem Ende einen Kreis auf der Wand.

Die Linie z. B., die von g und h ausgeht, endigt bei s_1. Schreitet das Ende des leuchtenden Kegels nach der Seite b fort, so bewegt sich das Ende der Linie auf dem Punkt s_1 auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt k, denn die Linie, die von g nach ϑ geht, endigt bei k; diese Linie ist die Achse des Kegels, dessen Spitze g ist, und dessen Basis der Lochumfang ist, daher endigt die Linie von g nach h bei s_1. Bewegt sich die Spitze des Kegels auf dem Umfang des Loches, so bewegt sich das Ende dieser Linie auf $s_1 t_1$, bis die Kegelspitze nach e gekommen ist; das Ende dieser Linie hat dann den Bogen $s_1 t_1$ beschrieben und ist zum Punks t_1 angelangt. Die Linie, die vom Punkt a nach dem Punkt h geht, endigt beim Punkt h_1; bewegt sie sich um den Umfang des Loches durch die Bewegung des Kegels, so bewegt sich ihr Ende auf dem Kreis $h\gamma$, nur daß sie sich nach s_1 zu bewegt; ist die Spitze des Kegels nach e gelangt, so endigt das Ende dieser Linie bei γ, und es ist die Sichel $t_1 \zeta \gamma$ vollendet.

Zieht man von irgendeinem Punkt von abg eine Linie nach der Kegelspitze, und endigt sie in einem Punkt des Bogens $t_1 \zeta \gamma$, und bewegt man die Kegelspitze S von e nach z, so bewegt sich das Ende der von g nach S gehenden Linie, die nach t_1 gelangt, auf der Ergänzung des Kreises $s_1 t_1$.

Diese Ergänzung liegt im Innern zwischen den beiden Bögen $t_1 \zeta \gamma$ und $s_1 j h_1$; das Ende der Linie, die von a zu S geht, die bei γ endigt, bewegt sich auf dem Bogen γh_1, der den ursprünglichen Kreis ergänzt.

Bewegt man S von h nach e und die Linie, die von g ausgeht und bei s_1 endigt, auf dem Kreisumfang $s_1 t_1$, so bewegt sich jede Linie, die auf der konvexen Fläche liegt, deren Basis abg ist, und deren Spitze h ist, auf dem Umfang des Loches, auf einem Kreisumfang auf W, dessen Mittelpunkt ein Punkt des Bogens klm ist. Eine Linie, die von einem Punkt in der Nähe von g ausgeht, endigt in der Nähe von s_1 und bewegt sich auf einem Kreis in der Nähe von $s_1 t_1$ Ihr Mittelpunkt ist ein Punkt in der Nähe von k auf kl. Dann kommt die Linie, deren Ende sich auf dem Kreis, der nahe an $s_1 t_1$ liegt, bewegt, zu einem Punkt von $t_1 \zeta$ nahe an t_1 und schneidet den Bogen $t_1 \zeta$.

Ebenso bewegen sich die Enden aller Linien, die sich auf der konvexen

Fläche befanden, deren Basis abg ist, auf dem Umfang eines Kreises und endigen an $\zeta\gamma$ und schneiden diesen Bogen.

Aus dem Ausgeführten folgt, daß der Kegel, dessen Basis die leuchtende Sichel ist und dessen Spitze S ein Punkt des Lochumfanges ist, bei der Bewegung von S auf dem Umfang des Loches eine leuchtende Sichel auf W beschreibt. Die Sichel auf W vollendet durch ihre Konvexität einen genauen Kreis, der parallel zu dem Kreis liegt, den die Achse des Kegels auf W beschreibt. Die Erzeugung dieses Kreises, nämlich dessen, den die Kreiswölbung beschreibt, rührt nicht von der Bewegung einer Linie, sondern von derjenigen von vielen her, die einander ablösen. So oft eine von ihnen aus dem Umfang dieses Kreises heraustritt, tritt an ihre Stelle eine andere, die den Kreis vollendet.

Aus dem auf beide Arten Abgeleiteten folgt, daß der leuchtende Umfang, den man zur Zeit der Sonnenfinsternis sieht, auf W ein genau kreisrunder ist, der aber nicht vollkommen geschlossen ist. Das wollten wir beweisen.

Wir müssen nun noch die Gestalt der Konkavität ableiten, die bei diesem Licht zu sehen ist.

Wir sagen, daß bewiesen ist, daß $s_1k = ft$, d. h. dem Abstand der beiden Mittelpunkte, und $= fn$, dem Abstand der beiden Bögen ist. Wir ziehen fk, dann ist $fk = fn$, denn f ist der Mittelpunkt von kmn, und ks_1 ist $= kf$; daher geht der Kreis s_1t_1 durch f und kehrt nach s_1 zurück. Ein Teil liegt innerhalb von s_1fh_1. Dasselbe ist der Fall für eine jede Linie, die von einem Punkt des Bogens knm ausgeht und $\| nf$ ist; sie endigt an dem Bogen s_1fn und ist $= nf$. Jede Linie, die vom Bogen knm nach f geht, ist $= nf$, daher ist sie gleich der zu dieser parallelen Linie, denn f ist der Bogenmittelpunkt. Jeder Kreis, dessen Mittelpunkt ein Punkt auf dem Bogen knm ist und dessen Radius $= nf$ ist, dessen Umfang geht durch f und schneidet den Bogen s_1fh_1; ein Teil liegt innerhalb der Höhlung von s_1fh_1, denn jede Linie, die von f aus zum Ende der zu nf parallelen Linie geht, fällt in das Innere des Bogens s_1fh_1 und bildet mit ihr einen spitzen Winkel, außer dem Kreis mit dem Mittelpunkt n, dieser berührt den Bogen s_1fh_1. Alle anderen Kreise, mit dem Mittelpunkt auf knm, schneiden den Bogen s_1fh_1 in zwei Punkten: der eine ist f und der andere das Ende der zu nf parallelen Linie.

Diese Kreise reihen sich regelmäßig aneinander, durchdringen sich fortgesetzt in bestimmter Reihenfolge von s_1 bis h_1. Der Kreis mit dem Mittelpunkt k schneidet s_1fh_1 in zwei Punkten f und s_1, der mit dem Mittelpunkt m schneidet s_1fh_1 in f und h_1, alle anderen Kreise schneiden diesen Bogen in sich aneinander anschließenden Punkten. Von dem Kreise mit dem Mittelpunkte k fällt der größte Teil in das Innere von s_1f. Ebenso fällt von dem Kreis mit dem Mittelpunkt m ein großer Anteil in das Innere des Bogens fh_1. Die Anteile der übrigen Kreise sind um so größer, je näher ihre Mittelpunkte an diesen Punkten liegen.

Der Kreis mit dem Mittelpunkt k, der durch s_1 und f geht, berührt s_1z_1, denn s_1z_1 ist $\perp s_1k$, das der Radius dieses Kreises ist. Be-

rührt dieser Kreis, der durch $s_1 f$ geht, $s_1 n$, so nimmt er von dem Stück $s_1 f z_1$ ein kleines Stück, das übrige Stück ist frei von ihm und ebenso ist es mit dem Kreis, der durch $h_1 f$ geht und $h_1 z$ berührt, er nimmt von $h_1 f z$ ein kleines Stück, der Rest bleibt frei. Ebenso ist es mit allen anderen Kreisen. Jeder berührt das Lot, das vom Ende seines Durchmessers auf $f t$ gefällt wird, er nimmt von der Höhlung des Bogens ein kleines Stück.

7. Diese Kreise, deren Mittelpunkte auf dem Bogen $k n m$ gelegen sind, leuchten nun durch die von den Punkten des Bogens $a d g$ ausgehenden Lichtmengen, dieser bildet die Basis des Hohlkegels; daher ergeben die Lichtmengen, die von dem Bogen $a d g$ ausgehen, von dem Bogen $s_1 f h_1$, zwei kleine Teile, der Rest der Höhlung des Bogens $s_1 f h_1$ ist frei von Licht. Bei dem Punkte f entsteht ein gewisser Winkel durch das gegenseitige Schneiden der beiden Kreise mit den Mittelpunkten k und m. Da alle die untereinander gleichen Kreise, von denen wir gesprochen, sich in f schneiden, so resultieren bei f sehr zahlreiche Lichter. Der Winkel bei dem Punkt f leuchtet durch akzidentelles (*ʿaraḍi*) Licht, das sich in der Luft in dieser Umgebung befindet. Einiges von dem Licht im Innern der Höhlung des Bogens wird zerstreut, da zu dem Umfang e i n e s dieser Kreise nur Licht von e i n e m Punkte von $a d g$ ausgeht; das Licht, das von einem Punkt ausgeht, ist stets nur schwach. Wird nun der Winkel bei f beleuchtet und wird das Licht, das in dem Hohlraum von $s_1 f h_1$ sich befindet, zerstreut, so wird die Höhlung des Lichtes kreisförmig, indes ist sie nicht streng kreisförmig; die Abweichung von der strengen Kreisform wird aber nicht vom Sinn wahrgenommen.

8. Entfernt man das Loch von der Wand oder die Wand vom Loch, so wird die Entfernung $f t$ zwischen den beiden Bogenmittelpunkten kleiner als der Radius jedes Bogens, wie wir früher gezeigt haben, dann ist $n f$ kleiner als der Radius von $k n m$, und der Mittelpunkt dieses Bogens liegt im Innern der Höhlung von $s_1 f h_1$, daher ist $f k > f n$ und $f n$ ist stets $= k s_1$, daher ist $f k > k s_1$. Der Kreis $s_1 t$ schneidet die Linie $k f$ unterhalb des Bogens von $s_1 f$, dasselbe gilt für alle Kreise, die gleich dem Kreise $s_1 t$ sind, deren Mittelpunkte auf $k n m$ liegen. Es sind die Linien, die von f aus nach den Mittelpunkten gezogen werden, größer als die Radien, daher liegen die Peripherien aller dieser Kreise unterhalb von f, und der Kreis, dessen Mittelpunkt n ist, geht allein durch f und berührt den Bogen $s_1 f h_1$. Jeder der übrigen Kreise schneidet den Bogen $s_1 f h_1$; ein Teil liegt innerhalb des Bogens $s_1 f h_1$, nur sind die Teile, die in das Innere der Höhlung von $s_1 f h_1$ von diesen Kreisen eintreten, kleiner als die ihnen gegenüberliegenden, die durch f gehen. Daraus folgt, daß diese Höhlung stärker ausgebildet ist als die erste, da das Schneiden der leuchtenden Kreise unterhalb von f stattfindet und die leuchtenden Teile im Innern von $s_1 f h_1$ geringer sind als die leuchtenden Teile im Innern des Bogens der ersten Höhlung; daraus folgt, daß, wenn das Loch von der Wand entfernter ist, die Höhlung in dem Licht größer und die Helligkeit stärker

zusammenschrumpft (*aschadd Inchimâdan*). Das Gegenteil tritt ein, wenn man den Abstand zwischen Loch und Wand verringert; dies folgt daraus, daß die Linie zwischen den Bogenmittelpunkten größer als der Bogenradius ist, daher ist $nf >$ als der Radius von knm, daher ist $fk < fn$, daher ist $fk < ks_1$ und der Kreis s_1t schneidet die Linie kf oberhalb von f. —

Ebenso verhalten sich die anderen Kreise, daher sind die leuchtenden Teile, die innerhalb vom Bogen s_1fh_1 entstehen, zahlreicher als die leuchtenden Teile, die im Innern dieses Bogens entstehen von den Kreisen, die durch f gehen. Daraus folgt, daß die Höhlung kleiner und geringer ist. Daraus folgt, daß, so oft sich die Wand dem Loch nähert, die Höhlung im Licht kleiner wird.

Aus allem folgt, daß das Licht der Sonne zur Zeit der Finsternis, falls diese nicht die Sonne ganz verdunkelt, wenn es aus einem engen Loch austritt und auf einer dem Loch parallelen Wand sichtbar ist, eine sichelförmige Gestalt aufweist, deren konvexe Seite genau kreisförmig ist, während die konkave nur für den Sinn kreisförmig ist.

Entfernt sich das Loch von der Wand, so ist die Höhlung größer und nähert es sich, so ist sie schwächer ausgebildet. Ist die Zunahme der Entfernung oder der Annäherung groß, so ist die Zunahme und Abnahme der Höhlung für den Sinn deutlich wahrnehmbar. Sind sie aber kleiner, so bemerkt man die Zu- oder Abnahme nicht.

Diese Sichel auf der Wand ist größer als die ihr ähnlich leuchtende Sichel, d. h. das Verhältnis, des auf ersterer sichtbaren Lichtes zu dem Schatten in der Höhlung ist größer als das Verhältnis des Lichtes auf der Sonne zu der verdunkelten Höhlung.

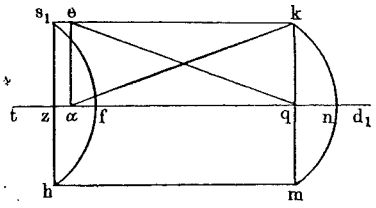
Aus all dem obigen folgt, daß für jedes runde Loch, wenn ihm der leuchtende Teil der Sonne gegenübersteht und zu ihm parallel eine Wand steht, und wenn das Verhältnis des Lochdurchmessers zu dem Durchmesser des leuchtenden Körpers, von dem die Sichel einen Teil bildet, nicht größer ist als das Verhältnis des Abstandes des Loches von der Wand zu dem Abstand zwischen dieser und der leuchtenden Sichel, das Licht auf der Wand sichelförmig erscheint.

9. Wir behaupten nun, daß, falls das Verhältnis des Abstandes zwischen Loch und Wand zu dem Abstand zwischen Wand und leuchtendem Körper gleich dem Verhältnis des Lochradius zu dem zehnfachen des Radius des leuchtenden Körpers ist und das Loch rund ist, daß dann das Licht auf der Wand rund erscheint und sich keine Höhlung zeigt.

Wir betrachten nur die beiden Bögen knm und s_1fh_1, damit wir nicht zu viele Linien haben, ziehen nft und verbinden $s_1z_1h_1$, sowie s_1k und h_1m. Weiter ziehen wir das Lot kq_1; es ist $qn = z_1f$, denn $ks_1 = nf$. Die Fläche kz hat parallele Seiten mit rechten Winkeln. —

Ist nun das Verhältnis des Abstandes $LW : WS = r_L : 10 rs$, so ist die Linie zwischen den Mittelpunkten der Bögen knm und $s_1 f h_1$ gleich zehnmal dem Radius eines jeden dieser Bögen. Es ist nämlich bewiesen, daß das Verhältnis der Linie zwischen den beiden Mittelpunkten zu der Linie, welche die verlängerte Linie $t\vartheta$ von $b\sigma$ abschneidet, und was durch sie entsteht, zwischen der Linie, die wir erwähnt haben und zwischen dem Punkte σ gleich ist $WL : LS$. Ist $LW : WS = r_L : 10 rs$, so ist die eben erwähnte Linie $= 10 \sigma d$, daher ist das Verhältnis der Linie zwischen den beiden Mittelpunkten: $10\, rs = WL : LS$. Weiter ist bewiesen, daß das Verhältnis des Radius des Bogens $knm : r\bar{s} = WL : LS$, daraus folgt, daß, wenn der Abstand zwischen den Mittelpunkten $= A$ ist, $A : 10 rs = r\,(knm) : rs$; durch Umtausch ist $10 rs : rs = A : r\,(knm)$.

Fig. 3.



Die Linie ks_1, die $= fn$ ist, ist gleich der Linie zwischen den Mittelpunkten und ist zehnmal ft (Fig. 3). Die Fläche kz ist rechteckig, daher ist die Linie zwischen kz, d. h. der Durchmesser der Fläche $kz > ks_1$, wir machen $ka = ks_1$, dann liegt a zwischen n und z. Das Quadrat über ka ist $=$ dem Quadrat über qz. Wir ziehen qf nach der Seite von q bis d und machen $qd_1 = qz$, dann ist $d_1 a \times az = kq^2$ und $kq^2 = s_1 z^2$, daher $d_1 a \cdot az = s_1 z^2$; also ist

$$s_1 f < \text{als } {}^1/_4 \text{ Kreis.}$$

Die Sichel begrenzen also zwei Bögen von zwei Kreisen, die gleich sind; die konkave Seite ist kleiner als ein Halbkreis, denn schneiden sich zwei gleiche Kreise, so ist die Linie, welche ihre Schnittpunkte verbindet, für beide eine Sehne; diese ist aber kleiner als der Durchmesser von einem Kreis. Daher ist $s_1 h <$ als der Durchmesser von $s_1 f h$, daher ist der Bogen $s_1 f h_1 <$ als ein Halbkreis, daher ist $s_1 z < ft$ und $d_1 z = 20 ft$; daher ist die Linie $s_1 z < {}^1/_{20}$ der Linie zd_1 und kleiner als ${}^1/_{10}$ von qt, dann ist $s_1 z^2 <$ als ${}^1/_{100}$ von qz^2, daher ist $s_1 a \times az < {}^1/_{100}\, qz^2$. Von a ziehen wir das Lot ae und verbinden qe, dann ist dies gleich ka, daher ist es gleich qz und der Punkt e liegt auf dem Umfang des Kreises mit dem Mittelpunkte q und dem Radius qz, daher ist $za : ae = ea : ad_1$, und ungefähr $ea = {}^1/_{20}\, ad_1$ und daher ist ungefähr $za = {}^1/_{400}\, zd_1$, und in dem Maße, in dem die Linie zd_1 400 Teile umfaßt, so ist die Linie ft 20 Teile und der Durchmesser des Kreises $s_1 fh$ 40 Teile. Daher die Linie az 40 Teile von dem Durchmesser des Bogens $s_1 fh$. Der Kreis, dessen Mittelpunkt k ist, geht durch die Punkte s_1 und a.

Dieser Kreis ist aber der leuchtende Kreis, zu dem das Licht von einem Punkt g der leuchtenden Sichel gelangt, und der Bogen $s_1 f h_1$ ist der Bogen, den der Kegel erzeugt, dessen Basis der hohle Bogen der leuchtenden Sichel ist und dessen Spitze bei h liegt.

Alle leuchtenden Kreise, deren Mittelpunkte auf knm liegen, schneiden den Bogen $s_1 f h_1$, jeder erzeugt einen Teil im Innern von $s_1 f h_1$. Diese Kreise

reihen sich an einander und liegen ineinander. Und der Kreis, dessen Mittelpunkt k ist, berührt $s_1 z$ im Punkt s_1 und endigt im Punkt a und der Kreis, dessen Mittelpunkt m ist, berührt die Linie hz im Punkt h_1 und endigt im Punkt a von fz. Der ganze Hohlraum, welcher im Bogen $s_1 f z$ endigt, ist das Stück, das $s_1 f h_1$ und $s_1 h_1$ begrenzen. Ist dieses Stück mit Licht erfüllt, so verschwindet der Hohlraum vollständig und die beiden Kreise mit den Mittelpunkten k und m erfüllen, wenn sie leuchten, die Höhlung mit Licht, denn diese Kreise gehen durch $s_1 a h_1$ und berühren $s_1 h_1$; die anderen leuchtenden Kreise liegen unter diesen und schließen sich an sie an. Von der Höhlung bleibt nur ein kleiner Teil, den man mit dem Sinn nicht wahrnehmen kann, er liegt bei a. Alle übrigen leuchtenden Kreise schneiden fz und zwar nahe bei a. Bei a entstehen zahlreiche Lichter, und von ihnen strahlen aus akzessorische Lichter auf az; az ist sehr klein, dadurch verschwindet der sehr kleine Schatten bei a. Verschwindet dieser aber, so wird der Umfang des Lichtes im konkaven Raum von $s_1 f h_1$ kreisförmig; daher ist der Umfang des ganzen Lichtes, das auf W erscheint, nämlich der konvexe Umfang kreisförmig, wie bewiesen wurde.

Die Kreisgestalt des konvexen Bogens schließt sich an den Bogen an, der durch s_1 und t geht, denn dieser Bogen gehört zu dem Kreisumfang, dessen Mittelpunkt k ist, und dessen Umfang ein Teil des konvexen Bogens ist. Das ganze Licht auf der Wand erscheint kreisförmig. Ist das Verhältnis der beiden Entfernungen gleich dem Verhältnis von $2r_L$: einer Größe, die größer als $10 \cdot rs$, so ist das Licht noch vollständiger kreisförmig, denn $k s_1$ ist größer, daher ist der Kreis durch $s_1 a$ größer, daher ist az kleiner, doch ist die Kreisgestalt vollkommener.

So ist bewiesen, daß, wenn $LW : WS = r_L$: einer Größe, die nicht kleiner als $10 \cdot rs$ ist, das Licht auf W kreisförmig ist.

10. Ist dies nun bewiesen, so ist auch bewiesen, daß das Licht des Mondes bei der Mondfinsternis und zur Zeit der Mondsichel auf einem runden Loch sichelförmig erscheint, unter denselben Umständen, unter denen das Licht der Sonnensichel sichelförmig erscheint, kreisförmig, ohne eine Vertiefung zu zeigen. Ptolemäus hat im Almagest bewiesen, daß der Sonnendurchmesser $18^4/_5$mal so groß ist, als der Monddurchmesser. Der Sonnendurchmesser verhält sich zum Monddurchmesser wie die Abstände von der Erde, denn Sonne und Mond begrenzt derselbe Kegel, dessen Spitze das Auge auf der Erdoberfläche ist, daher ist die Sonnenentfernung $18^4/_5$mal so groß als die Mondentfernung. Steht daher der Mond einem Loch gegenüber, dessen Durchmesser $^1/_{18^4/_5}$ von dem dem Durchmesser der Sonne gegenüber befindlichen Loche beträgt, bei welch letzterem eine Sichel sich zeigt und ist die Entfernung von W von dem Loch $^1/_{18^4/_5}$ von derjenigen bei der Sonne, so ist das Verhältnis des Abstandes WL : W (Mond) $= 2r_L : 2r$ (Mond); dann muß man auf der Fläche das Mondlicht als Sichel sehen.

11. Ist der Durchmesser des Loches $^1/_{18}$ von demjenigen, durch das die Sonne beobachtet wird, so muß die ganze Oberfläche $^1/_{324}$ von der ganzen

Fläche sein durch die die Sonne beobachtet wird. Ist der Lochdurchmesser für die Sonne der eines Gerstenkorns, so ist $^1/_{324}$ von der Fläche unmerkbar, da es gleichsam ein Punkt ist. Das Licht, das durch das Loch geht, kann man nicht beobachten, besonders nicht das des Mondes, da dieses schwach ist; trifft Licht aus dem punktförmigen Loch auf die Wand, so kann man es nicht beobachten, weil es so klein, ja gleichsam verborgen ist. Der Durchmesser des Loches, durch das man bei der Sonne die Sichel erhält, ist $18^4/_5$mal größer als der entsprechende beim Mond.

Durch diesen Beweis ist gezeigt, daß, wenn ein leuchtender Körper einem Loch gegenüber gestellt wird, dessen Durchmesser nicht kleiner als zehnmal von dem Durchmesser des Loches ist, dessen Licht sichelförmig erscheint, so erscheint das Licht nicht sichelförmig, sondern kreisförmig. Steht der Mond einem Loch gegenüber, bei dem die Sonne sichelförmig erscheint, und ist der Abstand vom Loch $^1/_{18}$ so groß als der Abstand, bei dem das Sonnenlicht sichelförmig erscheint, so muß das Licht rund erscheinen.

Entfernt man dann das Loch von der Wand, so wird das Licht schwächer und zwar zunächst am Rand. —

Wäre das Licht, das man vom Mond auf der Wand sieht, sichelförmig, so würden bei der Entfernung zunächst die beiden Winkel und der Rand verschwinden. Und wäre das, was man von dem Mond in der Nähe sieht, sichelförmig, so würden zunächst die Ecken verschwinden, dann der Rand und er würde kreisförmig werden. — Und die Entfernung, bei der das Licht des Mondes sichelförmig erscheinen muß, vernichtet [den Lichteindruck] und hebt auf, denn alles Licht, das sich vom Loch sehr weit entfernt, verschwindet.

Ebenso ist es mit dem Sonnenlicht; wenn es aus einer weiten runden Öffnung austritt; dazu muß man einen Abstand wählen, der ein solches Verhältnis zeigt, daß es sichelförmig erscheint, nur daß diese Entfernung sehr groß ist. Manchmal findet man auf der Erde keine Stelle, deren Abstand vom Loch dem gegebenen Verhältnis entspricht. Und wenn man auch eine solche Stelle findet, so ist doch der Abstand des Beobachters vom Loch zu groß, als daß er das an ihr befindliche beobachten könnte. Dabei wird das Licht schwach und verschwindet.

Dies ist das, was man an den aus engen Öffnungen austretenden Lichtern beobachtet.

Hierdurch ist klar gelegt, warum man bald Sonnenlicht zur Zeit der Sonnenfinsternis sichelförmig auf der Wand sieht, das Mondlicht unter entsprechenden Verhältnissen aber stets kreisrund. Dabei ist auch gezeigt, warum man bald das Licht der Sonne bei der Verfinsterung bald sichelförmig bald kreisrund sieht. Und das ist das, dessen Darlegung wir in dieser Abhandlung bezweckten.
